UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

DISCIPLINA: MATA03 - CÁLCULO B

UNIDADE I - LISTA DE EXERCÍCIOS

Atualizada 2008.1

Áreas de figuras planas em coordenadas cartesianas

[1] Determine a área da região do plano limitada simultaneamente pelas seguintes curvas:

(1.1) $y = \ln x,\ x = 2$ e o eixo Ox (1.2) $x = 8 + 2y - y^2,\ y = 1,\ y = 3$ e $x = 0$

(1.3) $xy = 4$ e $x + y = 5$ (1.4) $y = 2^x,\ y = 2x - x^2,\ x = 0$ e $x = 2$

(1.5) $y = 2x,\ y = 1$ e $y = \dfrac{2}{x}$ (1.6) $y = |x^2 - 4|$ e $y = 2$

(1.7) $y = x^3 - 3x$ e $y = 2x^2$ (1.8) $y = \dfrac{9}{x},\ y = 9x$ e $y = x$

(1.9) $f(x) = x|x|$ e $g(x) = x^3$ (1.10) $x = y^2 - 2$ e $x = 6 - y^2$

Volumes por seções planas paralelas

[2] Utilizando seções planas paralelas, mostre que o volume de uma pirâmide quadrangular reta, com altura h e base quadrada de lado a, é igual a $\dfrac{a^2h}{3}$.

[3] Utilizando integral de seções planas paralelas, mostre que o volume do cone circular reto, de altura h e raio da base r, é igual a $\dfrac{\pi r^2 h}{3}$.

[4] Calcule o volume do sólido que tem para base um círculo cujo raio mede 3 u. c. e cujas seções transversais a um diâmetro desta são quadrados, todos contidos em um mesmo semi-espaço em relação ao plano que a contem, e que têm como um dos lados cordas da circunferência da base, perpendiculares a esse diâmetro.

[5] Calcule o volume de um sólido que tem para base um círculo de raio r e cujas seções transversais a um diâmetro da mesma são triângulos retângulos isósceles, todos situados em um mesmo semi-espaço em relação ao plano que a contem, e que têm como um dos seus catetos cordas da circunferência da base, perpendiculares a esse diâmetro.

[6] Calcule o volume de um sólido que tem para base um círculo de raio r e cujas seções transversais a um diâmetro da mesma são semi-elipses, todas situadas em um mesmo semi-espaço em relação ao plano que a contem, e que têm o eixo menor como cordas da circunferência da base, perpendiculares a esse diâmetro e a medida do eixo maior igual ao dobro da medida do eixo menor. (Considere a área da elipse de semi-eixos maior e menor a e b, respectivamente, igual a πab).

[7] Calcule o volume de um sólido que tem para base uma elipse de semi-eixos medindo 2 cm e 3 cm e cujas seções transversais ao eixo maior são triângulos eqüiláteros, todos situados em um mesmo semi-espaço em relação ao plano que a contem. (Observação: A área da elipse de semi-eixos maior e menor a e b, respectivamente, igual a πab).

[8] Calcule o volume de um sólido que tem para base uma elipse de semi-eixo maior e menor a e b, respectivamente, e cujas seções transversais ao eixo maior são semi-círculos, todos situados em um mesmo semi-espaço em relação ao plano que a contem, e tendo para diâmetros cordas da elipse da base, perpendiculares ao eixo maior. (Observe que esse volume é menor do que o volume do item anterior).

[9] Calcule uma expressão, em integrais, que represente o volume do sólido que tem para base a região do plano limitada pela parábola $P : x = y^2 - 1$ e a reta $r : x = y + 1$ e cujas seções transversais ao eixo Oy são triângulos retângulos isósceles, todos situados em um mesmo semi-espaço em relação ao plano que a contem, e tais que as hipotenusas têm extremidades no contorno da base desse sólido e são perpendiculares ao eixo Oy.

Volumes de sólidos de revolução

[10] Calcule o volume do sólido obtido pela rotação da região do plano limitada pelo gráfico da função $f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$, com $x \in [-1, 1]$, em torno do eixo Ox.

[11] Calcule o volume do sólido obtido pela rotação da região do plano limitada pelo gráfico da elipse $E : 9x^2 + y^2 = 9$ em torno do:

(11.1) Eixo maior (11.2) Eixo menor.

[12] Determine o volume do sólido obtido pela rotação da região compreendida entre o(s) gráfico(s) de:

(12.1) $y = (x-1)(x-3)^2$ e o eixo x, ao redor do eixo y

(12.2) $y = \sqrt[3]{x}, x = 8$ e o eixo x, ao redor do eixo x

(12.3) $y = 2\sqrt{x-1}$ e $y = x - 1$, ao redor da reta $x = 6$

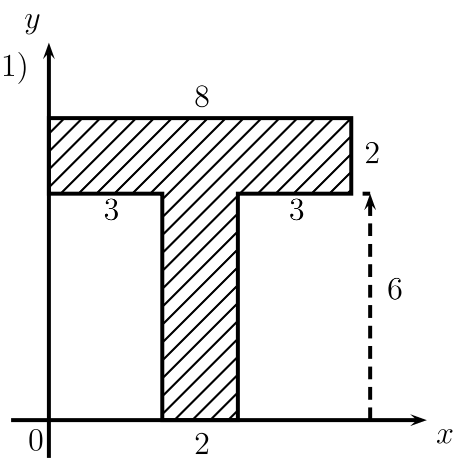
(12.4) $x = (y-2)^2$ e $y = x$, ao redor da reta $y = 1$

(12.5) $y = \text{ sen } x$, para $0 \leq x \leq \pi$, ao redor do eixo x

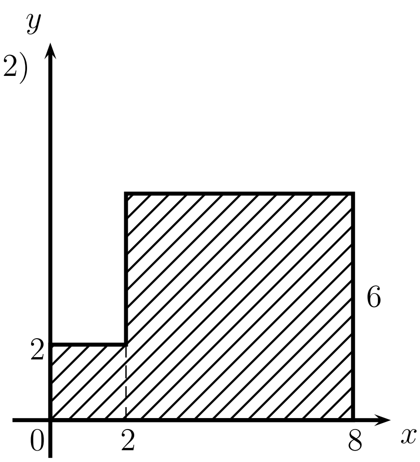
Centróides de Regiões Planas em coordenadas cartesianas e Teorema do Pappos-Guldin

[13] Determine a posição do centróide das seguintes figuras:

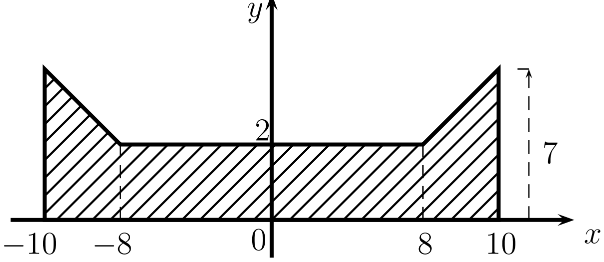
(13.1)



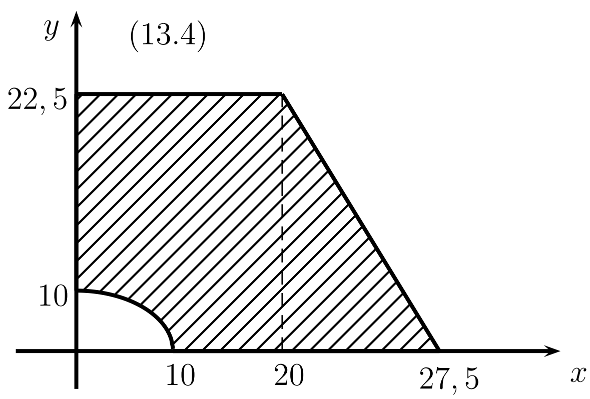
(13.2)



(13.3)



(13.4)



[14] Determine as coordenadas do centro de gravidade da região plana especificada:

(14.1) Região no primeiro quadrante, delimitada pela elipse $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1,\ (x\geq 0,\ y\geq 0)$

(14.2) Área delimitada pela curva $y=4-\dfrac{x^2}{4}$ e o eixo x

(14.3) Área delimitada pela parábola $y^2=ax$ e pela reta $x=a$.

[15] Seja R a região do plano limitado pelas curvas $y=x^2$ e $y=-x^2+2$.

(15.1) Esboce R e calcule a sua área.

(15.2) Calcule o centróide de R.

(15.3) A região R é girado em torno da reta $x=2$ formando um sólido D. Calcule o volume de D, usando o teorema de Pappus-Guldin.

[16] Seja R a região do plano limitado pelas curvas $y=-x^2-3x+6$ e $x+y-3=0$.

(16.1) Esboce R e calcule a sua área.

(16.2) Calcule o centróide de R.

(16.3) A região R é girado em torno da reta $x+y-3=0$ formando um sólido D. Calcule o volume de D, usando o teorema de Pappus-Guldin.

Comprimento de arco em coordenadas cartesianas

[17] Determinar o comprimento das curvas dadas em coordenadas retangulares:

(17.1) $y=\ln\,(1-x^2)$ de $x=\dfrac{1}{4}$ a $x=\dfrac{3}{4}$.

(17.2) $y=\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{8x^2}$ de $x=1$ a $x=2$.

(17.3) $y=1-\ln\,(\,\mathrm{sen}\,x)$ de $x=\dfrac{\pi}{6}$ a $x=\dfrac{\pi}{4}$.

(17.4) $(y-1)^2=(x+1)^3$ de $x=0$ a $x=1$.

(17.5) $y=\dfrac{1}{2}\Big(e^x+e^{-x}\Big)$ de $x=0$ a $x=1$.

(17.6) $x=\dfrac{1}{3}y^3+\dfrac{1}{4y}$ de $y=1$ a $y=3$.

Curvas na forma paramétricas

[18] Esboçar os gráficos das seguintes curvas paramétricas. Eliminando t nas equações, achar as equações na forma cartesiana:

(18.1) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$ (18.2) $\begin{cases} x = t^5 - 4t^3 \\ y = t^2 \end{cases}$

(18.3) $\begin{cases} x = e^{2t} \\ y = t^3 + 2t \end{cases}$ (18.4) $\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = t \end{cases}$, $t \geq 0$.

Derivadas de Funções dadas na forma paramétrica

[19] Calcule as expressões das derivadas e os seus respectivos valores nos pontos dados:

(19.1) $\begin{cases} x = \text{ sen } \; t \\ y = \text{ sen } \; 2t \end{cases}$, $t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, $\frac{dy}{dx}$, no ponto $t = \frac{\pi}{6}$

(19.2) $\begin{cases} x = 6t(1+t^2)^{-1} \\ y = 6t^2(1+t^2)^{-1} \end{cases}$, $0 \leq t \leq 1$, $\frac{dy}{dx}$, no ponto de abscissa $\frac{12}{5}$

(19.3) $\begin{cases} x = t + \text{ sen } (\frac{\pi}{2}t) \\ y = t + \ln t \end{cases}$, $t > 0$, $\frac{dy}{dx}$, no ponto $t = 8$

[20] Calcule $\frac{d^2y}{dx^2}$ nos seguintes casos:

(20.1) $\begin{cases} x = \text{ sen } t \\ y = \text{ sen } 2t \end{cases}$ $, t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (20.2) $\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = e^{3t} \end{cases}$

[21] Verifique se:

(21.1) $\begin{cases} x = \text{ sec } (t) \\ y = \ln(\text{ cos } t) \end{cases}$ $, t \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, satisfaz a equação $\frac{d^2y}{dx^2} + e^y \cdot \frac{dy}{dx} = 0$

(21.2) $\begin{cases} x = \text{ arcsen}(t) \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$ $, t \in [-1, 1]$, satisfaz a equação $\text{sen } x \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + y \cdot \frac{dy}{dx} = 0$

[22] Determine uma equação da reta tangente ao gráfico da curva C, no ponto de abscissa

$x_0 = -\dfrac{1}{4}$, sendo C, definida parametricamente pelas equações

$$\begin{cases} x = 2\cos^3 t \\ y = 2\,\text{sen}^3 t \end{cases}, \quad t \in [0, \pi].$$

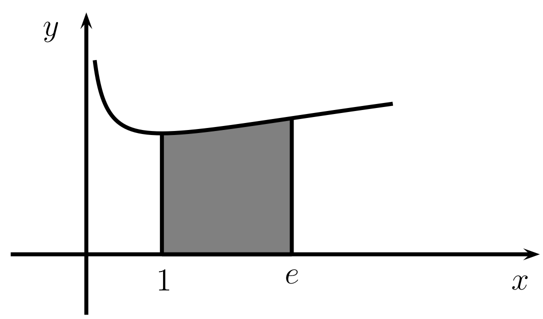
[23] Determine as equações das retas tangentes e normal ao gráfico da curva C, no ponto com $t = 1$, sendo C, definida parametricamente pelas equações

$$\begin{cases} x = t \\ y = t + 2\,\text{arctg}(t) \end{cases}.$$

Áreas de regiões planas dadas por funções na forma paramétrica

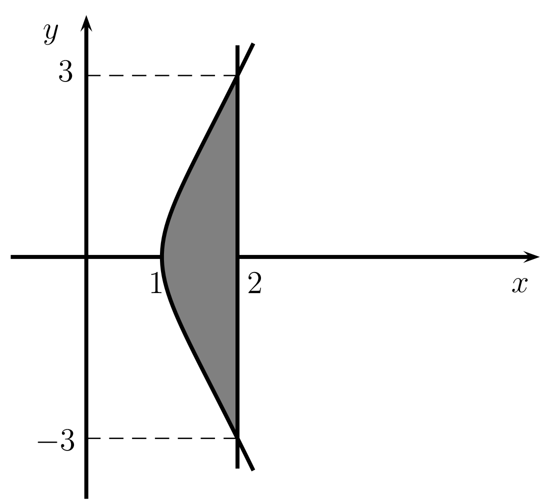
[24] Determine a área limitada:

(24.1) pelo eixo Ox, $x = 1$, $x = e$ e a curva de equações paramétricas $\begin{cases} x = e^{2t} \\ y = 2 + t^2 \end{cases}$

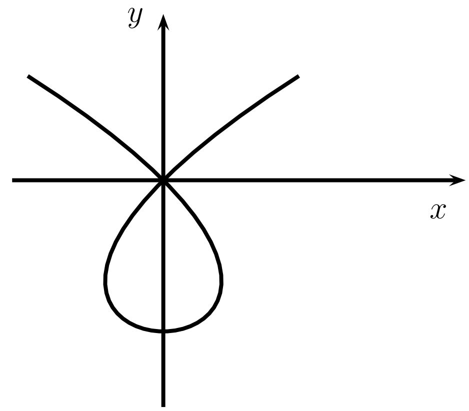


(24.2) pelas curvas de equações $x = 2$ e

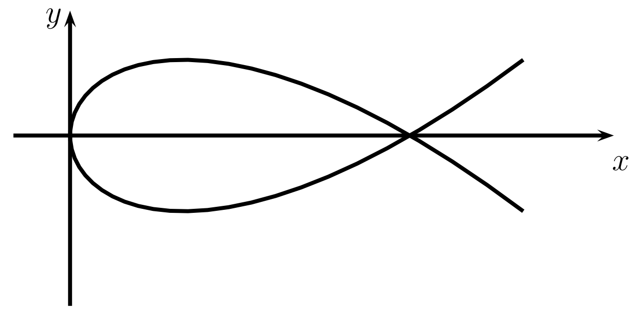
$$\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = t^3 + 2t \end{cases}$$



(24.3) pelo laço de curva $\begin{cases} x = t^3 - t \\ y = t^2 - 1 \end{cases}$



(24.4) pelo laço de curva $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t - \dfrac{t^3}{3} \end{cases}$



[25] Seja R a região do plano acima da reta $y = 2$ e abaixo do arco da ciclóide de equações

$$\begin{cases} x(t) = 2(t - \operatorname{sen} t) \\ y(t) = 2(1 - \cos t) \end{cases}, \ t \in [0, 2\pi].$$

Esboce R e calcule a sua área.

Comprimento do arco de uma função na forma paramétrica

[26] Calcule os comprimentos das curvas descritas abaixo:

(26.1) $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2 \operatorname{sen} t \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$

(26.2) $\begin{cases} x = \dfrac{1}{t} \\ y = \ln t \end{cases}, 1 \leq t \leq 2$

(26.3) $\begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = a \operatorname{sen}^3 t \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi, \ a > 0$

(26.4) $\begin{cases} x = t - t^2 \\ y = 0 \end{cases}, 0 \leq t \leq 1$

(26.5) $\begin{cases} x = a(t - \operatorname{sen} t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$

(26.6) $\begin{cases} x = e^t \operatorname{sen} t \\ y = e^t \cos t \end{cases}, 0 \leq t \leq \dfrac{\pi}{2}$

[27] As equações $\begin{cases} x = 4t + 3 \\ y = 2t^2 \end{cases}$ dão a posição (x, y) de uma partícula no instante t. Determine a distância percorrida pela partícula durante o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 5$.

[28] Determine o comprimento de arco do laço de curva do exercício (8.4).

Volumes de sólidos de revolução

[29] Dê a expressão da integral que permite calcular o volume do sólido de revolução obtido quando a região limitada pelo arco de ciclóide $\begin{cases} x = t - \text{ sen } t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$, $0 \leq t \leq 2\pi$ e o eixo Ox gira em torno de:

(29.1) $y = -1$ (29.2) $x = \pi$ (29.3) $y = 0$.

Coordenadas Polares

[30] Verifique se o ponto P pertence à curva C, quando:

(30.1) $P(-1, \frac{\pi}{6})$ e $C: \ r^2 - 2 \cos 2\theta = 0$ (30.2) $P(-1, \frac{\pi}{2})$ e $C: \ r(1 - 3 \text{ sen } \theta) = 4$

(30.3) $P(4, \frac{\pi}{2})$ e $C: \ r = 4 \text{ sen } 3\theta$ (30.4) $P(0, \frac{\pi}{11})$ e $C: \ r - 3 \cos \theta + r \text{ sen } \theta = 0$.

[31] Transformar os pontos e equações cartesianas para polares:

(31.1) $A = (-2, -2\sqrt{3})$ (31.2) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ (31.3) $y = \dfrac{2x}{x^2+1}$

(31.4) $x^3 + y^3 - 3axy = 0$ (31.5) $x^2 + y^2 + 3y = 0$ (31.6) $x^2 - y^2 = 16$

[32] Transformar as equações polares para cartesianas:

(32.1) $r = 8 \text{ sen } \theta$ (32.2) $r^2 \text{ sen } 2\theta = 2$ (32.3) $r = \dfrac{6}{2 - 3 \text{ sen } \theta}$

(32.4) $r^2 = \theta$ (32.5) $r = 2 \text{ sen } 3\theta$ (32.6) $r^2 = 4 \cos 2\theta$

[33] Faça um esboço do gráfico das seguintes equações polares:

(33.1) $r = 3 - 4 \cos \theta$ (33.2) $r = 4 + 2 \text{ sen } \theta$ (33.3) $r^2 = 9 \text{ sen } 2\theta$

(33.4) $r^2 = -25 \cos 3\theta$ (33.5) $r = 4 \text{ sen } 5\theta$ (33.6) $r = |\text{ sen } 2\theta|$

(33.7) $r = 3\theta, \ \theta > 0$ (33.8) $r = -8 \text{ sen } 2\theta$

[34] Determine uma equação polar da reta m que passa pelo ponto $P(-2, \frac{11}{6})$ e que:

(34.1) é paralela ao eixo à $\dfrac{\pi}{2}$ (34.2) é perpendicular ao eixo à $\dfrac{\pi}{2}$

(34.3) é paralela à reta $s: \ \theta = \dfrac{\pi}{6}$ (34.4) é perpendicular à reta $t: \ r(\cos \theta + \text{ sen } \theta) = \sqrt{2}$

(34.5) passa pelo ponto $Q(1, -\frac{\pi}{6})$ (34.6) passa pelo ponto $R(4, \frac{7\pi}{6})$

[35] Ache os pontos de intersecção dos gráficos do par de equações dadas:

(35.1) $\begin{cases} 2r = 3 \\ r = 1 + \cos\theta \end{cases}$ (35.2) $\begin{cases} r = 4(1 + \operatorname{sen}\theta) \\ r(1 - \operatorname{sen}\theta) = 3 \end{cases}$

(35.3) $\begin{cases} r = \operatorname{sen} 2\theta \\ r = \cos 2\theta \end{cases}$ (35.4) $\begin{cases} r = 1 - \operatorname{sen}\theta \\ r = \cos 2\theta \end{cases}$

[36] Deduzir a fórmula da distância entre os pontos $P_1(r_1, \theta_1)$ e $P_2(r_2, \theta_2)$ em coordenadas polares.

Áreas de figuras planas em coordenadas polares

[37] Nos problemas a seguir encontre a área das regiões indicadas:

(37.1) Interior à circunferência $r = \cos\theta$ e exterior à cardióide $r = 1 - \cos\theta$.

(37.2) Exterior à circunferência $r = \cos\theta$ e interior à cardióide $r = 1 - \cos\theta$.

(37.3) Intersecção do círculo $r = \cos\theta$ com o interior da cardióide $r = 1 - \cos\theta$.

(37.4) Intersecção dos círculos $r = 4\cos\theta$ e $r = 2$.

(37.5) Interior à rosácea $r = 2\operatorname{sen} 2\theta$.

(37.6) Interior à rosácea $r = 2\cos 3\theta$ e exterior à circunferência $r = 1$.

(37.7) Interior à circunferência $r = 1$ e exterior à rosácea $r = 2\cos 3\theta$.

(37.8) Entre a 3ª e 4ª voltas da espiral $r = a,\ a > 0$ e $\theta \geq 0$.

(37.9) Interior à lemniscata $r^2 = a^2\cos 2\theta$.

(37.10) Interior à rosácea $r = \operatorname{sen} 2\theta$ e exterior à circunferência circunferência $r = \cos\theta$.

(37.11) Exterior à limaçon $r = 2 - \operatorname{sen}\theta$ e interior à circunferência $r = 3\operatorname{sen}\theta$.

(37.12) Intersecção do círculo $r = 1$ como interior da lemniscata $r^2 = a^2\operatorname{sen} 2\theta$.

Comprimento de arco em coordenadas polares

[38] Calcular o comprimento de arco das seguintes curvas dadas em coordenadas polares:

(38.1) a espiral $r = \theta^2,\ 0 \leq \theta \leq \sqrt{3}$

(38.2) a espiral $r = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\, e^{\theta},\ 0 \leq \theta \leq \pi$

(38.3) a cardioide $r = 1 + \cos\theta$

(38.4) $r = -1 + \operatorname{sen}\theta$

(38.5) $r = (\cos\theta + \operatorname{sen}\theta),\ 0 \leq \theta \leq \dfrac{\pi}{2}$

(38.6) $r = \sqrt{1 + \operatorname{sen} 2\theta},\ 0 \leq \theta \leq \pi$

[39] Determine o comprimento da espiral logarítmica $r = e^{\theta/2}$ de $\theta = 0$ a $\theta = 2$.

[40] Calcule o comprimento de arco da curva $r = \cos^2(\theta/2)$.

Respostas

[1] $\begin{cases} (1.1)\ [2\ln 2 - 1]\text{u.a} & (1.2)\ \dfrac{46}{3}\text{u.a} & (1.3)\ \left[\dfrac{15}{2} - 8\ln 2\right]\text{u.a} \\ (1.4)\ \left[\frac{3}{\ln 2} - \dfrac{4}{3}\right]\text{u.a} & (1.5)\ \left[\dfrac{-3}{4} + 2\ln 2\right]\text{u.a} & (1.6)\ \left[\dfrac{16\sqrt{2} + 24\sqrt{6} - 64}{3}\right]\text{u.a} \\ (1.7)\ \frac{71}{6}\text{u.a} & (1.8)\ 18\ln 3\ \text{u.a} & (1.9)\ \dfrac{1}{6}\text{u.a} \\ (1.10)\ \dfrac{64}{3}\text{u.a} & & \end{cases}$

[4] $V = 144$ u.v [5] $V = \dfrac{8r^3}{3}$ [6] $V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$ [7] $V = 16\sqrt{3}\ \text{cm}^3$ [8] $V = \dfrac{2\pi ab^2}{3}$

[9] $V = \displaystyle\int_{-1}^{2} \frac{(2 + y - y^2)^2}{4}\, dy = \frac{81}{40}$ u.v [10] $V = \dfrac{\pi(e^4 + 4e^2 - 1)}{4e^2}$ u.v

[11] $\begin{cases} (11.1)\ V = 4\pi\ \text{u.v} & (11.2)\ V = 12\pi\ \text{u.v} \end{cases}$

[12] $\begin{cases} (12.1)\ V = \dfrac{24\pi}{5}\ \text{u.v} & (12.2)\ V = \dfrac{96\pi}{5}\ \text{u.v} & (12.3)\ V = \dfrac{272\pi}{15}\ \text{u.v} \\ (12.4)\ V = \dfrac{27\pi}{2}\ \text{u.v} & (12.5)\ V = \dfrac{\pi^2}{2}\ \text{u.v} & \end{cases}$

[13] $\begin{cases} (13.1)\ (4;\ 5,3) & (13.2)\ (4,6;\ 2,8) \\ (13.3)\ (0;\ 1,53) & (13.4)\ (13,3\ ;11,8) \end{cases}$

[14] $\begin{cases} (14.1)\ \left(\dfrac{4a}{3\pi}, \dfrac{4b}{3\pi}\right) & (14.2)\ \left(0, \dfrac{8}{5}\right) & (14.3)\ \left(\dfrac{3a}{5}, 0\right) \end{cases}$

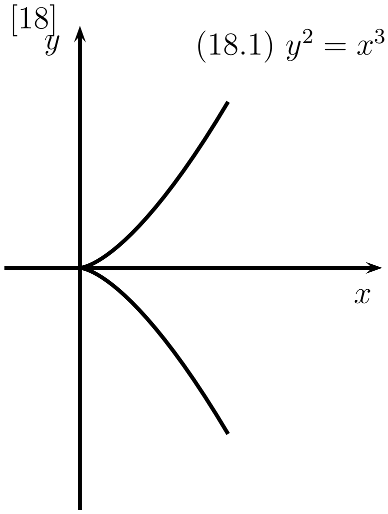
[15] $\begin{cases} (15.1)\ A = \dfrac{8}{3}\ \text{u.a} & (15.2)\ (\bar{x},\ \bar{y}) = (0,\ 1) & (15.3)\ V = \dfrac{32\pi}{3}\ \text{u.v} \end{cases}$

[16] $\begin{cases} (16.1)\ A = \dfrac{32}{3}\ \text{u.a} & (16.2)\ (\bar{x},\ \bar{y}) = \left(-1,\ \dfrac{25}{8}\right) & (16.3)\ V = \dfrac{256\sqrt{2}\pi}{15}\ \text{u.v} \end{cases}$

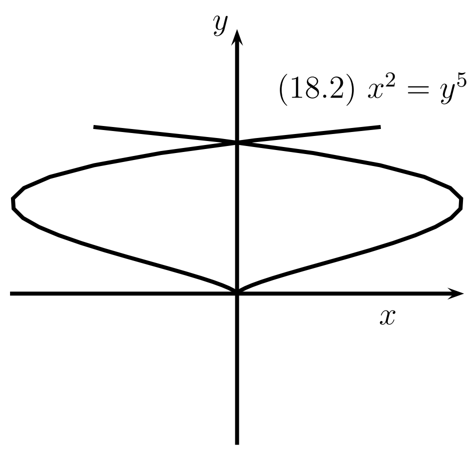
[17] $\begin{cases} (17.1)\ \ln\left(\dfrac{21}{5}\right) - \dfrac{1}{2}\ \text{u.c} & (17.2)\ \dfrac{123}{32}\ \text{u.c} & (17.3)\ \ln\left|\dfrac{\sqrt{2} - 1}{2 - \sqrt{3}}\right|\ \text{u.c} \\ (17.4)\ \dfrac{1}{27}(22\sqrt{22} - 13\sqrt{13})\ \text{u.c} & (17.5)\ \dfrac{1}{2e}(e^2 - 1)\ \text{u.c} & (17.6)\ \dfrac{53}{6}\ \text{u.c} \end{cases}$

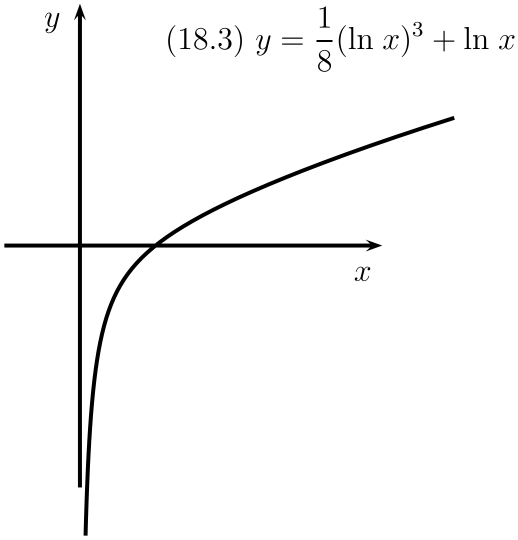
[18]

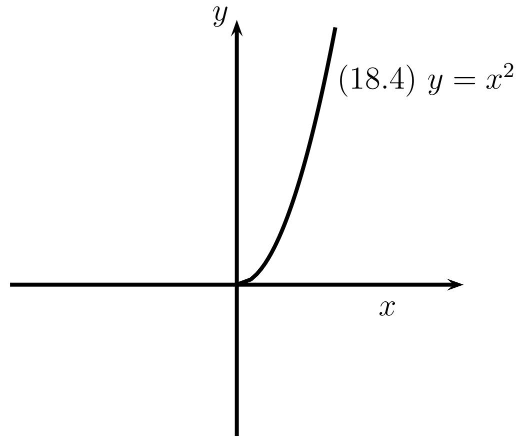
(18.1) $y^2 = x^3$



(18.2) $x^2 = y^5 - 8y^4 + 16y^3$







[19] $\begin{cases} (19.1)\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2cos(2t)}{cos(t)}, \quad \dfrac{dy}{dx}\Big|_{t=\frac{\pi}{6}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3} \\[2ex] (19.2)\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2t}{1-t^2};\ \text{para } x = \dfrac{12}{5},\ \text{temos } t = \dfrac{1}{2},\ \text{logo } \dfrac{dy}{dx}\Big|_{t=\frac{1}{2}} = \dfrac{4}{3} \\[2ex] (19.3)\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1+t}{t} \cdot \dfrac{1}{1+(\pi/2)cos(\frac{\pi}{2}t)}, \quad \dfrac{dy}{dx}\Big|_{t=8} = \dfrac{9}{8+4\pi} \end{cases}$

[20] $\left\{ (20.1)\ \dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{2\cos(2t).\,\text{sen}\,(t) - 4.\,\text{sen}\,(2t).\cos(t)}{\cos^3(t)} \qquad (20.2)\ \dfrac{d^2y}{dx^2} = 12e^{5t} \right.$

[22] $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

[23] $\begin{cases} \text{Reta Tangente: } y - (1 + \frac{\pi}{2}) = 2(x-1) \\ \text{Reta Normal: } y - (1 + \frac{\pi}{2}) = -1\frac{1}{2}(x-1) \end{cases}$

[24] $\left\{ (24.1)\ \dfrac{9e-10}{4}\ \text{u.a} \qquad (24.2)\ \dfrac{52}{15}\ \text{u.a} \qquad (24.3)\ \dfrac{8}{15}\ \text{u.a} \qquad (24.4)\ \dfrac{8\sqrt{3}}{5}\ \text{u.a} \right.$

[25] $(2\pi + 8)$ u.a

[26] $\begin{cases} (26.1)\ 4\pi\ \text{u.c} \qquad (26.2)\ \sqrt{2} - \dfrac{\sqrt{5}}{2} + \ln\left|\dfrac{2+\sqrt{5}}{1+\sqrt{2}}\right|\ \text{u.c} \qquad (26.3)\ 6a\ \text{u.c} \\[2ex] (26.4)\ \dfrac{1}{2}\ \text{u.c} \qquad (26.5)\ 8a\ \text{u.c} \qquad (26.6)\ \sqrt{2}(e^{\pi/2} - 1)\ \text{u.c} \end{cases}$

[27] $10\sqrt{26} + 2\ln(5 + \sqrt{26})$ u.c   [28] $4\sqrt{3}$ u.c

$$[29]\begin{cases} (29.1)\ V = \pi \displaystyle\int_0^{2\pi} \Big[(2-\cos t)^2 - 1\Big]\Big[1-\cos t\Big]\,dt \\ (29.2)\ V = \pi \displaystyle\int_0^{\pi} \Big[\pi - (t-\operatorname{sen} t)^2\Big] \operatorname{sen} t\,dt \\ (29.3)\ V = \pi \displaystyle\int_0^{2\pi} (1-cost)^3\,dt \end{cases}$$

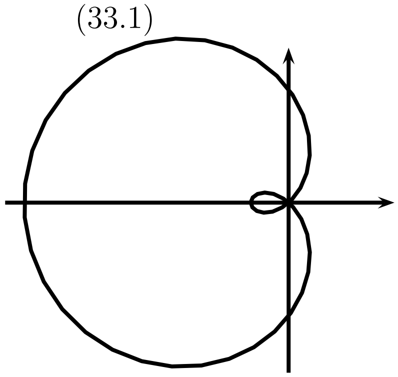
[30] $\{$ (30.1) Sim (30.2) Sim (30.3) Não (30.4) Sim

$$[31]\begin{cases} (31.1)\ (4, \frac{4}{3}\pi) \\ (31.2)\ r^2 - 2r(\cos\theta + 3\operatorname{sen}\theta) + 6 = 0 \\ (31.3)\ r^2\cos^2\theta\operatorname{sen}\theta + \operatorname{sen}\theta - 2\cos\theta = 0 \\ (31.4)\ r = 0 \text{ ou } r(\cos^3\theta + \operatorname{sen}^3\theta) - \frac{3a}{2}\operatorname{sen} 2\theta = 0 \qquad (31.5)\ r + 3\operatorname{sen}\theta = 0 \\ (31.6)\ r^2 = 16\sec\theta \end{cases}$$

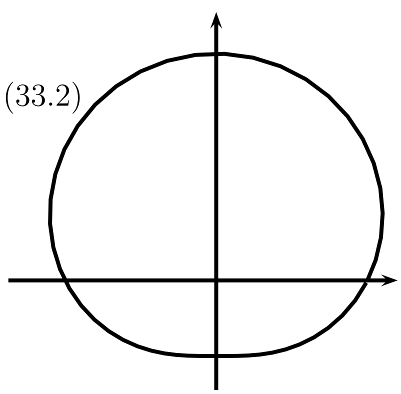
$$[32]\begin{cases} (32.1)\ x^2 + y^2 - 8y = 0 & (32.2)\ xy = 1 \\ (32.3)\ 2\sqrt{x^2+y^2} - 6x - 3y = 0 & (32.4)\ y - x\operatorname{tg}(x^2+y^2) = 0 \\ (32.5)\ (x^2+y^2)^2 - 6x^2y + 2y^3 = 0 & (32.6)\ (x^2+y^2)^2 = 4(x^2-y^2) \end{cases}$$

[33]

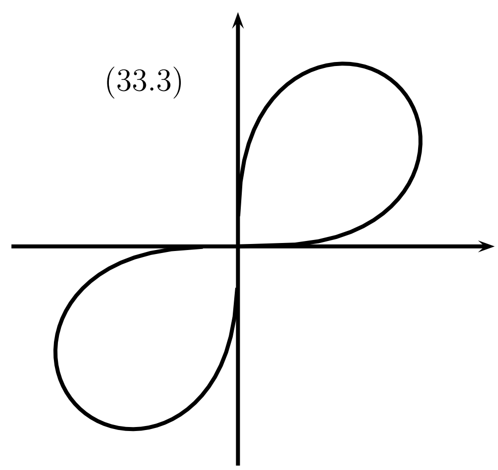
(33.1)



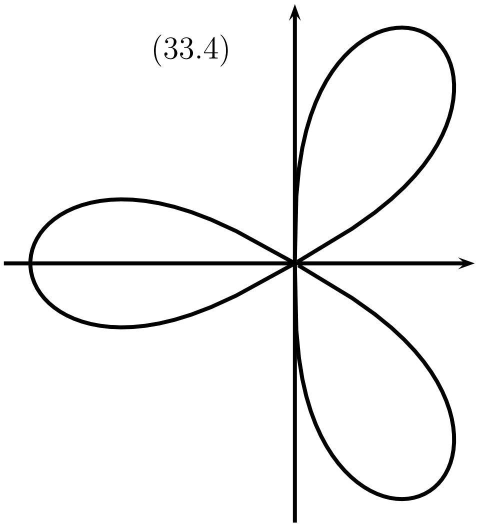
(33.2)



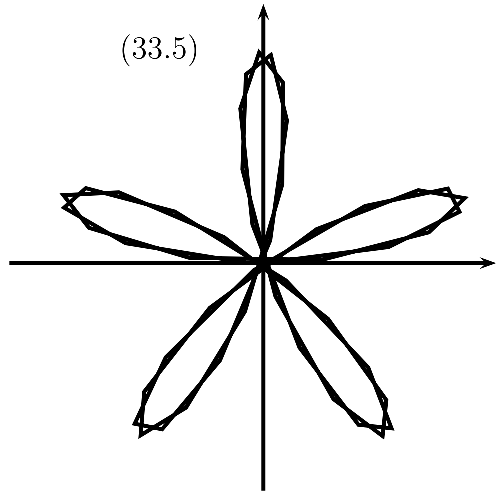
(33.3)



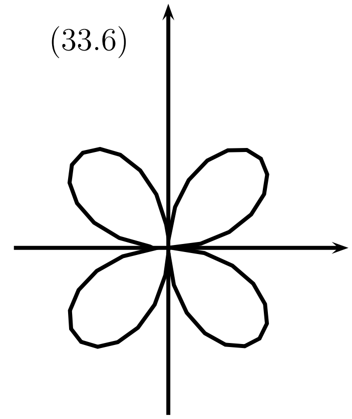
(33.4)



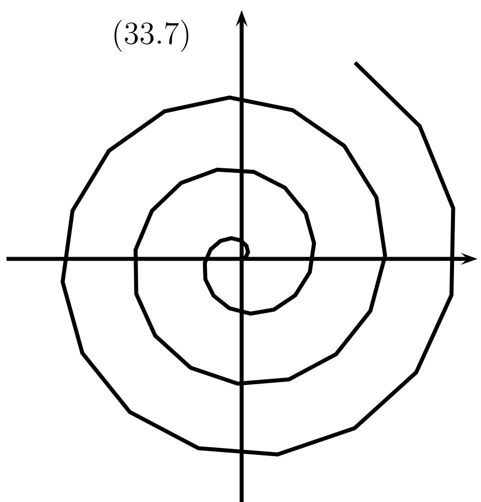
(33.5)



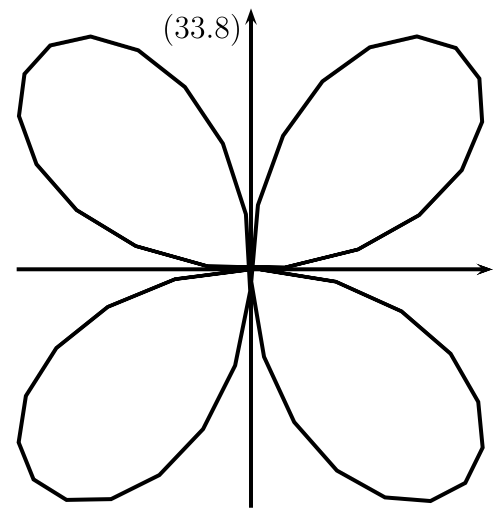
(33.6)



(33.7)



(33.8)



[34]

(34.1) $m: \ \sqrt{3} = r \cos(\theta - \pi)$

(34.2) $m: \ r \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) = 1$

(34.3) $m: \ \sqrt{3} = r \cos(\theta - \dfrac{2\pi}{3})$

(34.4) $m: \ \dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} = r \cos(\theta - \dfrac{3\pi}{4})$

(34.5) $m: \ \theta = \dfrac{5\pi}{6}$

(34.6) $m: \ \dfrac{1}{r} = -\dfrac{\sqrt{3}}{4} \cos\theta + \dfrac{1}{4} \operatorname{sen}\theta$

[35]

(35.1) $\left(\dfrac{3}{2}, \ \dfrac{\pi}{3}\right)$ e $\left(\dfrac{3}{2}, \ \dfrac{5\pi}{3}\right)$

(35.2) $\left(6, \ \dfrac{\pi}{6}\right), \ \left(6, \ \dfrac{5\pi}{6}\right), \ \left(2, \ \dfrac{7\pi}{6}\right)$ e $\left(2, \ \dfrac{11\pi}{6}\right)$

(35.3) $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \ \dfrac{\pi}{8}\right), \ \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \ \dfrac{5\pi}{8}\right), \ \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \ \dfrac{9\pi}{8}\right)$ e $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \ \dfrac{13\pi}{8}\right)$

(35.4) $\left(1, \ 0\right), \ \left(1, \ \pi\right), \ \left(\dfrac{1}{2}, \ \dfrac{\pi}{6}\right)$ e $\left(\dfrac{1}{2}, \ \dfrac{5\pi}{6}\right)$

[36] $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)$

[37] (37.1) $\frac{12\sqrt{3}-4\pi}{12}$ (37.2) $\frac{11\pi+12\sqrt{3}}{12}$ (37.3) $\frac{7\pi-12\sqrt{3}}{12}$ (37.4) $\frac{8\pi-6\sqrt{3}}{3}$
(37.5) 2π (37.6) $\frac{2\pi+3\sqrt{3}}{6}$ (37.7) $\frac{2\pi+3\sqrt{3}}{6}$ (37.8) $24a^2\pi^3$
(37.9) a^2 (37.10) $\frac{4\pi+3\sqrt{3}}{16}$ (37.11) $3\sqrt{3}$ (37.12) $\frac{6-3\sqrt{3}+\pi}{3}$

[38] (38.1) $\frac{21\sqrt{7}}{9}-\frac{8}{3}$ (38.2) $e^{\pi}-1$ (38.3) 8
(38.4) 8 (12.5) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ (38.6) $\pi\sqrt{2}$

[39] $\sqrt{5}(e-1)$ [40] 4